الموضوع الأول :

التمرين الأول :

1) الكتابة على الشكل الأسي :

$$Z_A = 1 - i = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$$

$$Z_B = -1 + i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

$$Z_C = \sqrt{3} + \sqrt{3}i = \sqrt{6}\, e^{i\frac{\pi}{4}}.$$

2)

$$\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A} = \frac{(-1+i)-(1-i)}{(\sqrt{3}+\sqrt{3}i)-(1-i)}$$

$$= \frac{-2+2i}{(\sqrt{3}-1)+i(\sqrt{3}+1)} \times \frac{(\sqrt{3}-1)-i(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)-i(\sqrt{3}+1)}$$

$$= \frac{4+4i\sqrt{3}}{8} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{i\frac{\pi}{3}}.$$

المثلث ABC متقايس الأضلاع.

3/ تحديد لاحقة النقطة D.

لتكن $D(x, y)$. يكون ABCD معينا إذا وفقط إذا تحقق: $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

ومنه :

$$\begin{cases} x - 1 = \sqrt{3} + 1 \\ y + 1 = \sqrt{3} - 1 \end{cases}$$

أي :

$$\begin{cases} x = \sqrt{3} + 2 \\ y = \sqrt{3} - 2. \end{cases}$$

$$D(\sqrt{3}+2 ; \sqrt{3}-2).$$

4/ $z' = (-1+i)z + 1 - 3i$

$a = -1 + i$; $b = 1 - 3i$

$|a| = \sqrt{2}.$ $\quad Arg(a) = \frac{3\pi}{4}.$

إذن T تشابه مباشر نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$ ومركزه له لاحقة تحقق :

$$z_\omega = \frac{b}{1-a} = \frac{1-3i}{2-i} = 1 - i$$

إذن مركزه A.

عناصر ToT :

ToT تشابه مباشر مركزه A ونسبته $(\sqrt{2}\times\sqrt{2})$ أي 2 وزاويته $\frac{3\pi}{4} + \frac{3\pi}{4}$ أي $\frac{3\pi}{2}$.

التمرين الثاني :

1)

$$g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$$

• $\lim\limits_{x \to -1} g(x) = \lim \left[\underbrace{x^2}_{1} + \underbrace{2x}_{-2} + \underbrace{\ln(x+1)}_{-\infty}\right] = -\infty$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim \left[\underbrace{x^2}_{+\infty} + \underbrace{2x}_{+\infty} + \underbrace{\ln(x+1)}_{+\infty}\right] = +\infty$

$$g'(x) = 2x + 2 + \frac{1}{x+1}$$

$$= \frac{(2x+2)(x+1)+1}{x+1}$$

$$= \frac{2(x+1)(x+1)+1}{x+1} = \frac{2(x+1)^2+1}{x+1}.$$

• من أجل كل x من D_g : $g'(x) > 0$

x	-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

$$g(0) = 0$$

إشارة $g(x)$:

x	-1		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

$$f(x) = x - 1 - \frac{Ln(x+1)}{(x+1)}.$$

• $$\lim_{x \to -1^{>}} f(x) = \lim \left[x - 1 - \frac{\overset{-\infty}{Ln(x+1)}}{\underset{0^+}{x+1}}\right] = +\infty$$

نستنتج وجود مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته: $x = -1$.

• $$\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$$

نضع: $e^t = X$

ومنه: $t = Ln X$

لما $t \to +\infty$ فإن: $X \to +\infty$

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{e^t}{t} = \lim_{X \to +\infty} \frac{X}{Ln X} = \lim_{X \to +\infty} \frac{1}{\frac{Ln X}{X}} = +\infty$$

إذن: $\lim_{X \to +\infty} \frac{Ln X}{X} = 0 = \lim_{U \to +\infty} \frac{Ln U}{U}$

• $$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim \left[x - 1 - \cancel{\frac{Ln(x+1)}{(x+1)}}\right] = +\infty.$$

• $$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim_{x \to +\infty} \left[-\frac{Ln(x+1)}{(x+1)}\right] = 0$$

إذن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$.

• دراسة الوضع النسبي:

$$f(x) - y = -\frac{Ln(x+1)}{x+1}$$

إشارة الفرق هي إشارة $-Ln(x+1)$

x	-1		0	
$-Ln(x+1)$		$+$	0	$-$
		C_f فوق (Δ)		C_f تحت (Δ)

$f/3$ قابلة للاشتقاق على D_f كمجموع دوال قابلة للاشتقاق.

$$f'(x) = 1 - \frac{\frac{1}{x+1} \cdot x+1 - Ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)^2 - 1 + Ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + 1 - 1 + Ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2 + 2x + Ln(x+1)}{(x+1)^2} = \frac{g(x)}{(x+1)^2}.$$

إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

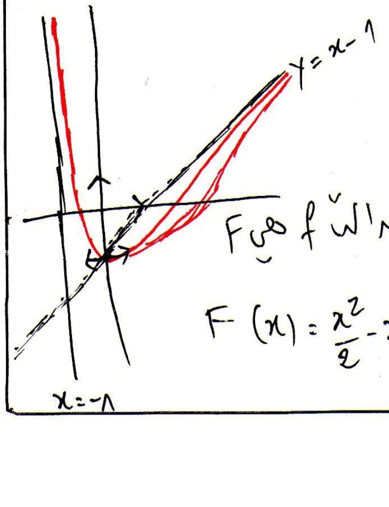
• باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة:

$$f(3,3) = 3,3 - 1 - \frac{Ln(3,3+1)}{3,3+1} \simeq 1,96.$$

$$f(3,4) \simeq 3,4 - 1 - \frac{Ln(3,4+1)}{3,4+1} \simeq 2,06$$

$$f(3,3) < 2 < f(3,4)$$

إذن (C_f) تقطع المستقيم $y = 2$ في نقطة فاصلتها محصورة بين $3,3$ و $3,4$.



الدالة الأصلية للدالة f هي F حيث:

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - x - \frac{[Ln(x+1)]^2}{2} + c$$

التمرين الثالث :

$A(2,0,1)\ ;\ B(3;2;0)\ ;\ C(-1,-2,2)$.

1) $\overrightarrow{AB}(1,2,-1)\ ;\ \overrightarrow{AC}(-3,-2,1)$

$\frac{1}{-3} \neq \frac{2}{-2} \neq \frac{-1}{1}$.

اذن C, B, A تشكل مستويا .

لدينا: $(ABC): y+2z-2=0$

$A: 0+2(1)-2=0 : A\in(ABC)$

$B: 2+2(0)-2=0 : B\in(ABC)$

$C: -2+2(2)-2=0 : C\in(ABC)$

اذن بالفعل $(ABC): y+2z-2=0$

2/ $\vec{V}_{(ABC)}\begin{pmatrix}0\\1\\2\end{pmatrix}\ ;\ \vec{V}_{P}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$.

$\vec{V}_{(ABC)} \cdot \vec{V}_{P} = (0)(1)+1(2)+2(-1)=0$

إذن $(ABC)\perp(P)$ وفق مستقيم

$$(\Delta): \begin{cases} x+2y-z+7=0 \\ y+2z-2=0 \end{cases}$$

بوضع $z=t$ نجد :

$$(D): \begin{cases} x=5t-11 \\ y=-2t+2 \\ z=t \end{cases}$$

3/ المسافة بين A و (Δ).

لتكن H مسقط A على (Δ) $H(x,y,z)$

$\overrightarrow{AH}(x-2; y, z-1)$.

ليكن $\vec{V}(5,-2,1)$ شعاع توجيه (Δ)

$\overrightarrow{AH}\cdot\vec{V}=0$

ومنه : $5(x-2)-2(y-0)+1(z-1)=0$

أي : $5x-2y+z-11=0$

وبما أن H نقطة من Δ:

$5(5t-11)-2(-2t+2)+t-11=0$

ومنه $30t=70$

أي : $t=\frac{7}{3}$

وبالتعويض نجد : $H\left(\frac{2}{3}, -\frac{8}{3}, \frac{7}{3}\right)$

$\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}-2\\ -\frac{8}{3}-0\\ \frac{7}{3}-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-4/3\\ -8/3\\ 4/3\end{pmatrix}$.

$$AH=\sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2+\left(-\frac{8}{3}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{96}}{3} = \frac{4\sqrt{6}}{3}.$$

4/ تعيين قيمة α.

$$\begin{cases} x_G = \frac{2+3\alpha-\beta}{1+\alpha+\beta} \\ y_G = \frac{2\alpha-2\beta}{1+\alpha+\beta} \\ z_G = \frac{1+2\beta}{1+\alpha+\beta} \end{cases}$$

بما أن (Δ) محتوى في (P) فإن G تحقق معادلة (P) أي :

$$\frac{2+3\alpha-\beta}{1+\alpha+\beta} + 2\,\frac{2\alpha-2\beta}{1+\alpha+\beta} - \frac{1+2\beta}{1+\alpha+\beta} = -7$$

ومنه : $1+7\alpha=-7-7\alpha$

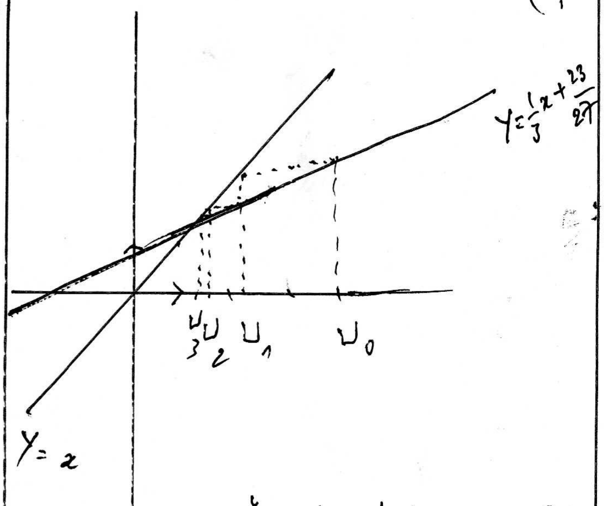
$14\alpha=-8$

$\alpha=\frac{-8}{14}=\frac{-4}{7}$

$\alpha=\frac{-4}{7}$.

التمرين الرابع:

1)



2) البرهان بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n \geq \frac{23}{18}$

1) مرحلة التحقق: $U_0 = 4 \geq \frac{23}{18}$

2) الوراثة:

لدينا فرضا: $U_n \geq \frac{23}{18}$

ومنه: $\frac{1}{3}U_n \geq \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{23}{18}\right)$

إذن: $\frac{1}{3}U_n + \frac{23}{27} \geq \left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{23}{18}\right) + \frac{23}{27}$

أي: $U_{n+1} \geq \frac{23}{18}$

إذن بالفعل: $U_n \geq \frac{23}{18}$

3) إثبات أن (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

لنحسب الفرق: $U_{n+1} - U_n$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{1}{3}U_n + \frac{23}{27} - U_n$$
$$= \frac{-18U_n + 23}{27}$$

ولدينا سابقا: $U_n \geq \frac{23}{18}$

إذن $-18U_n + 23 < 0$ وبالتالي (U_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

وبما أنها محدودة من الأسفل فهي إذن متقاربة.

نهايتها هي حل المعادلة: $f(x) = x$

$$\frac{1}{3}x + \frac{23}{27} = x$$

ومنه $\boxed{x = \frac{23}{18}}$

إذن $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \frac{23}{18}$.

4) $V_n = U_n - \frac{23}{18}$.

إثبات أن (V_n) هندسية:

لدينا:

$$V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{23}{18}$$
$$= \frac{1}{3}U_n + \frac{23}{27} - \frac{23}{18}$$
$$= \frac{1}{3}\left(V_n + \frac{23}{18}\right) + \frac{23}{27} - \frac{23}{18}$$
$$= \frac{1}{3}V_n + \frac{23}{54} + \frac{23}{27} - \frac{23}{18}$$
$$= \frac{1}{3}V_n.$$

إذن (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

$V_n = V_0 \times q^n$. $V_0 = \frac{49}{18}$

$V_n = \frac{49}{18}\left(\frac{1}{3}\right)^n$. $U_n = \frac{49}{18}\left(\frac{1}{3}\right)^n + \frac{23}{18}$.

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$
$$= (V_0 + V_1 + \dots + V_n) + \frac{23}{18}(n+1)$$
$$= \frac{49}{12}\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right) + \frac{23}{18}(n+1).$$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

1) $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0.$

$\Delta = -2 = 2i^2. \quad \delta = \sqrt{2}i$

$z' = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} \; ; \; z'' = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}.$

2) أ) $z_A = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{i\pi/4}$

$z_B = \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2} = e^{-i\pi/4}.$

$z_C = \sqrt{2} = \sqrt{2}e^{i2\pi}.$

ب) تعيين اللواحق بالدوران.

لنكتب عبارة الدوران :

$z' = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)z.$

$z_{A'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(z_A)$

$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= i.$

$z_{B'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= 1.$

$z_{C'} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(\sqrt{2})$

$= 1 + i.$

ج) اثبات أن الرباعي $OA'B'C'$ مربع

$O(0,0) \; ; \; A'(0,1) \; ; \; B'(1,0) \; ; \; C'(1,1)$

$OA' = A'C' = C'B' = O'B' = 1.$

$\overrightarrow{OA'} \cdot \overrightarrow{A'C'} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = 0$

اذن $OA'B'C'$ مربع.

3) $(\Delta) : |z - z_A| = |z - z_B|$

$\left|x + iy - \frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}\right| = \left|x + iy - \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right|$

$\left|\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right| = \left|\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right|$

$\cancel{\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \left(y - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \cancel{\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \left(y + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$y^2 - 2\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{2}{4} = y^2 + 2\frac{\sqrt{2}}{2}y + \frac{2}{4}$

$-2\sqrt{2}y = 0$

$\boxed{y = 0}.$

اذن (Δ) هو محور الفواصل بالفعل.

ب) $\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right)^2 = i$

$\left|\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right)^2\right| = |i|$

$\left|\frac{z - z_A}{z - z_B}\right|^2 = 1.$

$|z - z_A|^2 = |z - z_B|^2$

$|z - z_A| = |z - z_B|$

من السؤال السابق ، $z = x$ $(y = 0)$

وبالتالي الحلان حقيقيان .

التمرين الثاني :

$A(3,0,0) \; ; \; B(0,4,0) \; ; \; C(2,2,2)$

$\vec{n}(4,3,-1).$

1) $\overrightarrow{AB}(-3,4,0)$; $\overrightarrow{AC}(-1,2,2)$

$\frac{-3}{-1} \neq \frac{4}{2}$.

إذن A, B, C ليست في استقامية.

2) ولدينا:

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}4\\3\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-3\\4\\0\end{pmatrix} = 0$

$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix}4\\3\\-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1\\2\\2\end{pmatrix} = 0$

2) كتابة معادلة (ABC):

لدينا $\vec{n}$ شعاع ناظمي إذن:

$(ABC): 4x+3y-z+d=0$

وبما أن A نقطة من (ABC)

$4(3)+3(0)-0+d=0$

$d=-12$

$(ABC): 4x+3y-z-12=0$

3) $AM = BM$

$\|\overrightarrow{AM}\| = \|\overrightarrow{BM}\|$.

$\left\|\begin{pmatrix}x-3\\y-0\\z-0\end{pmatrix}\right\| = \left\|\begin{pmatrix}x-0\\y-4\\z-0\end{pmatrix}\right\|$

$\sqrt{(x-3)^2+y^2+z^2} = \sqrt{x^2+(y-4)^2+z^2}$

إذن: $x^2-6x+9+y^2+z^2 = x^2+y^2-8y+16+z^2$

وبالتالي: $-6x+8y=7$

أي: $(P'): \boxed{6x-8y-7=0}$

وهو المطلوب.

وبنفس الطريقة:

$AM = CM$:

نجد: $(P''): \boxed{2x-4y-4z+3=0}$

لدينا: $\vec{V}_{P'}(6,-8,0)$; $\vec{V}_{P''}(2,-4,-4)$

$\frac{6}{2} \neq \frac{-8}{-4}$

إذن المستويان يتقاطعان وفق مستقيم (D):

$$(D): \begin{cases} 6x-8y+7=0 \\ 2x-4y-4z+3=0 \end{cases}$$

بوضع: $z=t$

$$\begin{cases} x=-4t-1/2 \\ y=-3t+1/2 \\ z=t. \end{cases}$$

4) إيجاد إحداثيات Ω

$\Omega \in (\Delta)$ و $\Omega \in (P)$

إذن:

$4(-4t-\frac{1}{2})+3(-3t+\frac{1}{2})-t-12=0$

$t=\frac{-25}{52}$.

$$\Omega \begin{cases} x=-4\left(\frac{-25}{52}\right)-\frac{1}{2} \\ y=-3\left(\frac{-25}{52}\right)+\frac{1}{2} \\ z=-\frac{25}{52}. \end{cases}$$

$\Omega\left(\frac{74}{52}, \frac{101}{52}, \frac{-25}{52}\right)$.

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} U_0=1 \\ U_1=2 \\ U_{n+2}=\frac{4}{3}U_{n+1}-\frac{1}{3}U_n \end{cases} \qquad V_n=U_{n+1}-U_n$$

1) $V_0 = U_1 - U_0 = 2 - 1 = 1.$

$V_1 = U_2 - U_1.$

$U_2 = \frac{4}{3}U_1 - \frac{1}{3}U_0$

$= \frac{4}{3}(2) - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}.$

$V_1 = \frac{7}{3} - 2 = \frac{1}{3}.$

2) لدينا:

$V_{n+1} = U_{n+2} - U_{n+1}$

$= \frac{4}{3}U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n - U_{n+1}$

$= \left(\frac{4}{3} - 1\right)U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n$

$= \frac{1}{3}U_{n+1} - \frac{1}{3}U_n$

$= \frac{1}{3}\left(U_{n+1} - U_n\right)$

$= \frac{1}{3}V_n.$

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{3}.$

3) أ) $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$

$= V_0 \times \frac{1-q^n}{1-q}$

$= \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^n}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right).$

ب) لدينا:

$S_n = (U_1 - U_0) + (U_2 - U_1) + \dots + (U_n - U_{n-1})$

$= -U_0 + U_n.$

ومنه

$U_n = S_n + U_0$

$= \frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right) + 1.$

وهو المطلوب.

ج) $\lim U_n = \lim\left[\frac{3}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)+1\right]$ (with $\left(\frac{1}{3}\right)^n \to 0$)

$= \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2}.$

إذن (U_n) متقاربة.

التمرين الرابع:

1) $g(x) = 2 - xe^x.$

$\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[2 - xe^x\right] = 2$ (with $xe^x \to 0$)

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[2 - xe^x\right] = -\infty$

$g'(x) = -\left(e^x + xe^x\right)$

$= e^x(-x-1)$

$+$ $\quad -1 \quad$ $-$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	2	↗	$2+\frac{1}{e}$	↘	$-\infty$

3) g مستمرة لنطبق مبرهنة القيم المتوسطة:

$$g(0,8) = 2 - 0,8e^{0,8} \simeq 0,21$$

$$g(0,9) = 2 - 0,9e^{0,9} \simeq -0,21$$

اذن يوجد α حيث $0,8 < \alpha < 0,9$ و $g(\alpha) = 0$

إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

4) $$f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}.$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(2+\frac{2}{x}\right)}{e^x\left(1+\frac{2}{e^x}\right)}$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} \times \frac{2+\frac{2}{x}}{1+\frac{2}{e^x}} = 0.$$

التفسير البياني: وجود مستقيم مقارب محور الفواصل.

6) $$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{e^x+2} = -\infty$$

اثبات أن $(\Delta): y = x+1$ مقارب للمنحنى:

$$\lim_{x\to-\infty} [f(x) - y] = \lim \frac{2x+2}{e^x+2} - (x+1)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{\cancel{2x}+\cancel{2} - xe^x - e^x \cancel{-2x} \cancel{-2}}{e^x+2} = 0$$

اذن: نعم (Δ) مقارب مائل للمنحنى

(C_f) في جوار $(-\infty)$.

• دراسة الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f)

$$f(x) - y = \frac{-xe^x - e^x}{e^x+2}$$

إشارة الفرق من إشارة البسط

$$e^x(-x-1)$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
		$+$		$-$	
		C_f فوق (Δ)	تقاطع	C_f تحت (Δ)	

• دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ') حيث $(\Delta'): y = x$

$$f(x) - y = \frac{2x+2}{e^x+2} - x$$

$$= \frac{2 - xe^x}{e^x+2} = \frac{g(x)}{e^x+2}$$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
		$+$		$-$	
		(C_f) فوق (Δ')	تقاطع	(C_f) تحت (Δ')	

7) $$f'(x) = \frac{2(e^x+2) - e^x(2x+2)}{(e^x+2)^2}$$

$$= \frac{2e^x + 4 - 2xe^x - 2e^x}{(e^x+2)^2}$$

$$= \frac{4 - 2xe^x}{(e^x+2)^2} = \frac{2(2 - xe^x)}{(e^x+2)^2}$$

$$= \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$$

وهو المطلوب.

8) $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{e^{\alpha}+2}$

$2-\alpha e^{\alpha}=0$

إذن : $e^{\alpha}=\dfrac{2}{\alpha}$.

$f(\alpha)=\dfrac{2\alpha+2}{\frac{2}{\alpha}+2}=\dfrac{2\alpha+2}{\frac{2+2\alpha}{\alpha}}$

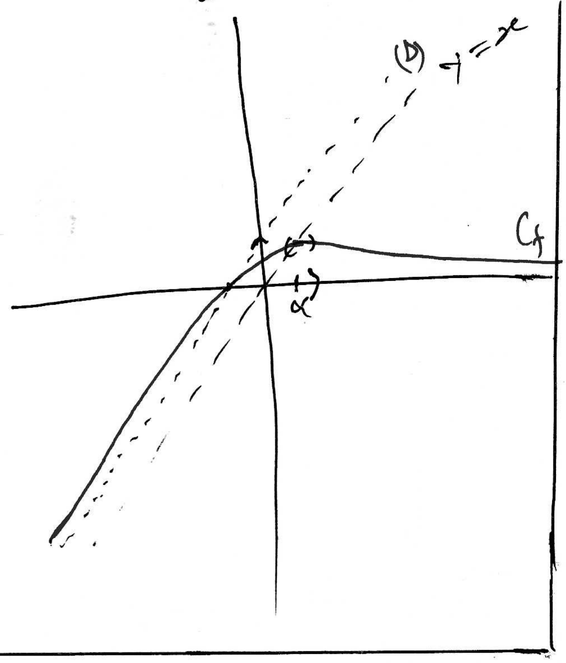
$=\dfrac{2\alpha+2}{2\alpha+2}\times\alpha=\alpha$

$\boxed{f(\alpha)=\alpha}$.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	α	$\searrow$	0

9) التمثيل البياني :



المناقشة البيانية :

$f(x)=f(m)$

- $f(m)\in]-\infty,0[$: $m\in]-\infty,-1[$: حل وحيد
- $f(m)\in]0,\alpha[$ $m\in]-1,\alpha[$ حلان
- $f(m)=\alpha$. $m=\alpha$: حل وحيد
- $f(m)\in]\alpha,+\infty[$ $m\in]\alpha,+\infty[$

~~[illegible]~~

. للمعادلة حلان

11) $h(x)=2x-(x-1)e^{x}$.

$h'(x)=2-\left[e^{x}+e^{x}(x-1)\right]$

$=2-\left(e^{x}+xe^{x}-e^{x}\right)$

$=2-xe^{x}=g(x)$

إذن h هي دالة أصلية على $\mathbb{R}$ للدالة g .