

اختر موضوعا واحدا فقط

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4 ن)

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C التي لواحقتها على الترتيب: $Z_A = 1 - i, Z_B = -1 + i, Z_C = \sqrt{3}(1 + i)$ و 1/ أكتب Z_A, Z_B, Z_C على الشكل الأسّي.

2/ أ) أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب: $\frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$

ب) حدد طبيعة المثلث ABC

3/ عين لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ معيناً

4/ T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' ذات

اللاحقة z' حيث: $z' = (-1 + i)z + 1 - 3i$

أ) عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة

ب) استنتج طبيعة التحويل $T \circ T$ و عناصره المميزة.

التمرين الثاني: (7 ن)

1/ لتكن g الدالة العددية المعرفة من أجل x من المجال $]-1; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$

أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} g(x)$

ب) بين أن من أجل كل x من المجال $]-1; +\infty[$ فإن: $g'(x) = \frac{1+2(x+1)^2}{x+1}$ واستنتج

اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

ج) أحسب $g(0)$ و استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

2/ f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ ب : $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ نسمي C_f

تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

أ) أحسب $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانياً

ب) باستخدام النتيجة $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ برهن أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$

ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

د) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x-1)$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحني C_f

هـ) أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و C_f

3/ أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]-1; +\infty[$ و أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(ج) بين أن المنحني C_f يقطع المستقيم ذي المعادلة $y=2$ في نقطة فاصلتها محصورة بين

$3,3$ و $3,4$

4/ أرسم C_f

5/ أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $]-1; +\infty[$

التمرين الثالث: (4ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط D, C, B, A حيث: $\vec{AD}(1;5;2)$, $\vec{BD}(0;7;3)$, $\vec{CD}(1;-3;7)$ و $C(2;8;-4)$.

1/ بين أن النقط D, B, A تعين مستويا.

2/ بين أن المستقيم (CD) يعامد المستوي (ABD)

3/ المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

(أ) بين أن المستقيم (AB) يعامد المستوي (CDI)

(ب) عين معادلة للمستوي (CDI) و اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)

(ج) استنتج إحداثيات النقطة I

4/ أحسب الأطوال DI , CD و AB استنتج حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

(حجم رباعي الوجوه = $\frac{1}{3}$ مساحة القاعدة \times الارتفاع)

التمرين الرابع: (5ن)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و

متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ مثلنا المستقيمين :

$$(D): y=x \quad \text{و} \quad (D'): y=\frac{1}{3}x+\frac{23}{27}$$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب : $u_0=4$ و

$$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{23}{27} \quad \text{من أجل كل عدد طبيعي } n$$

1/ أنقل الرسم ثم أنشئ على محور الفواصل

الحدود u_0, u_1, u_2, u_3

2/ برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي

$$n \quad \text{لدينا:} \quad u_n \geq \frac{23}{18}$$

3/ بين أن المتتالية (u_n) متتالية متناقصة تماما على \mathbb{N} واستنتج أنها متقاربة ثم احسب نهايتها

4/ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} ب : $v_n=u_n-\frac{23}{18}$

(أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم كتابة عبارة حدها العام بدلالة n

(ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n ثم أحسب المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+\dots+u_n$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.
- (2) نزود المستوي المركب بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C ذات اللواحق : $Z_A = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$, $Z_B = \bar{Z}_A$ و $Z_C = Z_A + Z_B$.
- (أ) أكتب على الشكل الأساسي الأعداد المركبة Z_A, Z_B و $\frac{Z_A}{Z_B}$.
- (ب) عين لاحقة كل من A', B', C' صور النقط A, B, C على الترتيب بالدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{4}$
- (ج) بين أن الرباعي $OA'C'B'$ مربع
- (3) نسمي (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $|z - z_A| = |z - z_B|$
- (أ) بين أن (Δ) هو محور الفواصل
- (ب) بين أن حلي المعادلة : $\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right)^2 = i$ عدنان حقيقيان. (لا يطلب حساب الحلين)

التمرين الثاني: (5ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقط $A(3;0;0)$, $B(0;4;0)$ و $C(2;2;2)$
- (1) بين أن النقط C, B, A ليست في استقامية و أن الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ ناظمي على كل من الشعاعين :
- (2) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل النقط C, B, A
- (3) (أ) بين أن : $6x - 8y + 7 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P') مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث : $AM = BM$
- (ب) بين أن : $2x - 4y - 4z + 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P'') مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء حيث : $AM = CM$
- بين أن المستويين (P') و (P'') يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب إعطاء تمثيل وسيطي له
- (4) أحسب إحداثيات النقطة Ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين الثالث: (4ن)

- نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب : $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ و $u_{n+2} = \frac{4}{3}u_{n+1} - \frac{1}{3}u_n$ و نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$
- المعرفة كما يلي : $v_n = u_{n+1} - u_n$
- (1) أحسب v_0 و v_1
- (2) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها
- (3) (أ) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$
- (ب) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \frac{3}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3} \right)^n \right] + 1$
- (ج) بين أن (u_n) متقاربة.

التمرين الرابع: (7ن)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = 2 - xe^x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل على \mathbb{R} حلا وحيدا α حيث: $0,8 < \alpha < 0,9$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

(4) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = \frac{2x+2}{e^x+2}$ نسمي C_f تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(5) بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ ثم فسر النتيجة هندسيا

(6) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحنى C_f ثم أدرس وضعية C_f

بالنسبة إلى كل من (Δ) و (Δ') حيث (Δ') هو المستقيم الذي معادلته: $y = x$

(7) أحسب $f'(x)$ و تحقق أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^x+2)^2}$

(8) بين أن $f(\alpha) = \alpha$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(9) أرسم كلا من (Δ) و (Δ') و C_f

(10) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $f(x) = f(m)$

انتهى الموضوع الثاني

انتهى.

مع التمنيات بالتوفيق