

التمرين الأول:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ليكن المستوي P ذي المعادلة الديكارتية $-4x - 3y + 1 = 0$ و ليكن (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيط:

$$(1) \text{ تحقق أن المستقيم } (D) \text{ محتو في المستوي } (P) \begin{cases} x = k \\ y = \frac{1}{3} - \frac{4}{3}k \\ z = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

(2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $A(1,1,0)$ و $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ شعاع توجيه له

(ب) عين إحداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (Δ)
(ج) بين أن $3x - 4z - 3 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) الذي يحوي المستقيمين (D) و (Δ)
(3) $M(x, y, z)$ نقطة من الفضاء

(أ) أحسب المسافة بين M و كل من (P) و (Q)
(ب) أثبت أن مجموعة النقط M من الفضاء المتساوية البعد عن كل من (P) و (Q) هي اتحاد مستويين متعامدين (P_1) و (P_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما

$$(4) \text{ عين مجموعة النقط } M \text{ من الفضاء و التي إحداثياتها حلول الجملة: } \begin{cases} 4x + 3y - 1 = 0 \\ 3x - 4z - 3 = 0 \\ x + 3y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$$

التمرين الثاني:

$$1- \text{ عين العددين المركبين } z_1 \text{ و } z_2 \text{ بحيث: } \begin{cases} 2z_1 + 3z_2 = 9 - 2i \\ 3z_1 - z_2 = 8 + 8i \end{cases}$$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B و Ω التي لاحقاتها على الترتيب z_A, z_B, z_Ω حيث: $z_A = 3 + 2i$ و $z_B = -3$ و $z_\Omega = 1 - 2i$

$$(أ) \text{ أثبت أن: } z_B - z_\Omega = i(z_A - z_\Omega)$$

(ب) عين طبيعة المثلث ΩAB

3- h هو التحاكي الذي مركزه النقطة A و نسبته 2

(أ) عين الكتابة المركبة للتحاكي h

(ب) عين z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة Ω بالتحاكي h

(ج) عين z_D لاحقة النقطة D مرجح الجملة: $\{(A, 1); (B, -1); (C, 1)\}$

(د) بين أن $ABCD$ مربع

4- (E) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4\sqrt{5}$

(أ) تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (E) ثم عين طبيعة (E) و عناصرها المميزة

(ب) أنشئ المجموعة (E).

التمرين الثالث:

الجزء الأول:

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $S =]0; +\infty[$ ب: $g(x) = x^2 + a + b \ln x$ حيث a و b عدنان حقيقيان.

- 1- عين a و b علما أن التمثيل البياني للدالة g يقبل في النقطة $A(1, -1)$ مماسا معامل توجيهه 4
- 2- نضع $a = -2$ و $b = 2$.

(أ) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(ب) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0; +\infty[$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$

الجزء الثاني:

f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب: $f(x) = x - 2 - \frac{2 \ln(x)}{x}$. نسمي C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي 2cm

(1) (أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

(ب) أحسب $f'(x)$ و تحقق أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(ج) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) (أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x - 2$ مقارب للمنحني C_f ثم أدرس وضعية C_f بالنسبة إلى (Δ)

(ب) بين أن C_f يقبل مماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) ثم جد معادلة له

(ج) نأخذ $\alpha = 1,25$. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث: $0,6 < x_1 < 0,7$ و

$2,7 < x_2 < 2,8$, ثم أرسم كلا من (Δ) و (T) و C_f

3- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(m+2)x + 2 \ln(x) = 0$

انتهى.

مع التمنيات بالتوفيق