

اختر موضوعا واحدا فقط

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4 ن)

- في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقطتين A, B التين لاحقتهما على الترتيب:
- $$Z_B = 2i, Z_A = 1 + i\sqrt{3}$$
- 1/ أكتب Z_B, Z_A على الشكل الأسّي.
- ب) علم النقطتين A و B (نأخذ: $\|\vec{u}\| = 2\text{cm}$)
- ج) حدد طبيعة المثلث OAB
- 2/ ليكن r الدوران الذي مركزه O و يحول A إلى B
- أ) عين عمدة للعدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$ ثم اعط تفسيراً هندسياً لهذه العمدة
- ب) استنتج العبارة المركبة للدوران r
- 3/ لتكن (C) الدائرة ذات المركز A وتشمل O و (C') الدائرة ذات المركز B وتشمل O , ولتكن النقطة E نقطة تقاطع (C) و (C') والتي تختلف عن O
- أ) بين أن (C') هي صورة (C) بالدوران r
- ب) عين اللاحقة Z_I للنقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$
- ج) ما طبيعة الرباعي $OAEI$
- د) استنتج أن I هي منتصف القطعة المستقيمة $[OE]$ ثم بين أن لاحقة النقطة E هي $Z_E = 1 + (2 + \sqrt{3})i$

التمرين الثاني: (7 ن)

- 1/ لتكن g الدالة العددية المعرفة من أجل x من المجال $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$.
- أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$
- ب) أحسب $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
- ج) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x على المجال $]0; +\infty[$
- 2/ f هي الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$ نسمي C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
- أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانياً
- ب) باستخدام النتيجة $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ برهن أن $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{\ln u}{u} = 0$
- ج) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- د) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \left(\frac{1}{2}x\right)$ و استنتج وجود مستقيم مقارب مائل (Δ) للمنحني C_f
- هـ) أدرس الوضع النسبي بين (Δ) و C_f
- 3/ أ) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0; +\infty[$ و أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$
- ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
- ج) بين أن المنحني C_f يقطع المستقيم ذي المعادلة $y = 2$ في نقطة فاصلتها محصورة بين 3,3 و 3,8
- 4/ أرسم C_f
- 5/ أوجد دالة أصلية للدالة f على المجال $]0; +\infty[$

التمرين الثالث: (4ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط C, B, A حيث: $A(1; -2; 4)$, $B(-2; -6; 5)$ و $C(-4; 0; -3)$ والمستوي (P) الذي معادلته هي: $x + 2y - z + 7 = 0$
- 1/ تحقق أن النقط C, B, A تعين مستويا
 - 2/ ليكن الشعاع $\vec{u}(a; -1; b)$ من الفضاء حيث a و b عدنان حقيقيان
 أ) عين a و b حتى يكون الشعاع \vec{u} يعامد الشعاع \vec{AB} و يعامد الشعاع \vec{AC}
 ب) استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)
 - 3/ أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O و يعامد المستوي (ABC)
 - 4/ عين إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC)
 - 5/ أوجد إحداثيات النقطة E تقاطع المستوي (ABC) مع محور الرواقم

التمرين الرابع: (5ن)

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} ب: $u_0 = \frac{17}{4}$ و $u_{n+1} = 4 + \sqrt{u_n - 4}$
- 1/ برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $4 < u_n < 5$
 - 2/ بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n^2 + 9u_n - 20}{\sqrt{u_n - 4} - 4 + u_n}$
 --استنتج أن (u_n) متزايدة تماما
 - 3/ برر لماذا (u_n) متقاربة
 - 4/ (v_n) المتتالية المعرفة على \mathbb{N} ب: $v_n = \ln(u_n - 4)$
 أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم أحسب حدها الأول
 ب) أكتب كلا من (u_n) و (v_n) بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
 ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $p_n = (u_0 - 4)(u_1 - 4)(u_2 - 4) \times \dots \times (u_n - 4)$
 --أكتب p_n بدلالة n ثم بين أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = \frac{1}{16}$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4ن)

- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} كثير الحدود $P(z)$ المعرف بالشكل : $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$
- (1) حسب $P(2)$ ماذا تستنتج؟
 - (2) عين ثلاثة أعداد حقيقية a و b و c حتى يكون: $P(z) = (z-2)(az^2 + bz + c)$
 - (3) حل في \mathbb{C} المعادلة: $P(z) = 0$
 - (4) نزود المستوي المركب بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A, B, C ذوات اللواحق: $z_A = 1+i, z_B = -i, z_C = 2+3i$.
 - (أ) عين لاحقة النقطة مرجح الجملة المثقلة $K = [(A,1); (B,2); (C,-2)]$
 - (ب) استنتج المجموعة (Ω) للنقاط من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} - 2\vec{MC}\| = 4$

التمرين الثاني: (5ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المستويين (P_1) و (P_2) حيث:
- $$(P_1): 2x - y + 2z - 5 = 0 \quad \text{و} \quad (P_2): 2x + 2y - z - 4 = 0$$
- (1) بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متعامدان
 - (2) لتكن A نقطة من الفضاء حيث: $A(1; 2; -1)$ عين d_1 بعد النقطة A عن المستوي (P_1) و d_2 بعد النقطة A عن المستوي (P_2)
 - (3) استنتج d_3 بعد النقطة A عن المستقيم (D) تقاطع (P_1) و (P_2)
 - (4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D)
 - (5) M نقطة من (D) عين إحداثيات M حتى تكون المسافة AM أصغر ما يمكن.

التمرين الثالث: (4ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n + 4}{3}$

- (1) أحسب u_1 و u_2 و u_3
- (2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ بالشكل: $f(x) = \frac{2x+4}{3}$
- (أ) أرسم C_f التمثيل البياني للدالة f و المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$ ثم مثل الحدود u_1 و u_2 و u_3
- (ب) ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)
- (3) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $v_n = u_n - 4$
- (أ) بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها v_0
- (ب) عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = 4 - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n$
- (ج) بين أن (u_n) متقاربة.
- (د) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$

التمرين الرابع: (7ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ نسمي C_f تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى

معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 2$ مقارب للمنحنى C_f في جوار $-\infty$ ثم أدرس وضعية C_f بالنسبة إلى (Δ)

(3) نسمي f' مشتقة الدالة f . أحسب $f'(x)$ ثم بين أن $f'(x) = \frac{(e^x - 3)^2}{(e^x + 3)^2}$

(4) أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(5) بين أن المماس (Δ_1) للمنحنى C_f عند النقطة I ذات الفاصلة $\ln 3$ يوازي محور الفواصل ثم ادرس وضعية C_f بالنسبة للمستقيم (Δ_1)

(6) بين أن I مركز تناظر للمنحنى C_f

(7) أنشئ (Δ) و (Δ_1) و C_f

(8) عين دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R}

انتهى الموضوع الثاني

مع التمنيات بالتوفيق