

اختر موضوعا واحدا فقطالموضوع الأول:التمرين الأول: (4ن)

1) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B ذات

اللاحقتين: $Z_A = -\sqrt{3} + i$ و $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$.
أكتب Z_A و Z_B على الشكل المثلثي.

2) أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$.

- استنتج طبيعة المثلث ABO و قيسا للزاوية (\vec{OA}, \vec{OB}) .

3) أوجد لاحقة النقطة C حتى يكون $ACBO$ معيناً. أحسب مساحة المثلث ABC .

4) ليكن f التحويل النقطي المعرف بعبارته المركبة: $z' = e^{-i\frac{\pi}{6}} z$.
1-4) عرف التحويل f و اذكر عناصره الأساسية.

2-4) أكتب على الشكل الأسّي لاحقتي النقطتين A', B' صورتا النقطتين A, B على التوالي بالتحويل f . ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ حيث C' هي صورة C بالتحويل f ؟

التمرين الثاني: (8ن)

1) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x - 1 + \frac{4}{e^x + 1}$ نسمي C_f تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي 2cm.
أدرس تغيرات الدالة f .

2) بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف ω و اكتب معادلة لمماس للمنحني C_f عند النقطة ω .

3) - أثبت أن ω مركز تناظر للمنحني C_f

4) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x - 1)]$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 3)]$ و استنتج أن المنحني C_f يقبل مستقيمين مقاربين Δ_1 و Δ_2 يطلب إعطاء معادلة لكل منهما.

5) أدرس الوضع النسبي بين C_f و Δ_1 و Δ_2 .

6) بين أن C_f يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-2,77 < \alpha < -2,76$.

7) أحسب $f(1)$ و $f(-1)$ ثم أنشئ C_f و مستقيمه المقاربين.

8) أوجد عددين حقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x : $\frac{4}{e^x + 1} = a + \frac{be^x}{e^x + 1}$.

9) أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني C_f و المستقيمتين $y = x - 1$ و $x = 1$ و

$x = \ln 5$.

التمرين الثالث: (4ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقط $A(8;0;8)$ و $B(10;3;10)$ و

$C(2;1;-1)$ وليكن المستقيم D الذي تمثله الوسيط هو : $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2t \end{cases}$ حيث t وسيط حقيقي.

- (1) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .
- (2) بين أن المستقيمين D و (AB) ليسا من مستو واحد.
- (3) أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AB]$.
- (4) أكتب معادلة الكرة (S) ذات المركز C و المماسة للمستوي (P) .
- (5) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 144$.
- (6) ادرس الوضع النسبي بين (P) و (E) .

التمرين الرابع: (4ن)

(u_n) و (v_n) متاليتان عدديتان معرفتان من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي:

$$\begin{cases} v_0 = 3 \\ v_{n+1} = \frac{2u_n + 3v_n}{5} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + 2v_n}{5} \end{cases}$$

- (1) أحسب الحدود u_1, u_2, v_1, v_2 .
- (2) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $w_n = v_n - u_n$. برهن أن المتتالية (w_n) متتالية هندسية يطلب كتابة عبارة حدها العام بدلالة n أحسب نهاية (w_n)
- (3) بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.
- (4) نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب: $t_n = u_n + v_n$ بين أن المتتالية (t_n) ثابتة و استنتج نهاية كل من (u_n) و (v_n) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4ن)

- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ نسمي z' و z'' حلي هذه المعادلة حيث z' هو الحل الذي جزؤه التخيلي سالب.
- (2) أكتب الحلين على الشكل الأسّي.
- (3) أحسب العدد $(z')^{2011}$ و اكتبه على الشكل الجبري.
- (4) أنزود المستوي المركب بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ بين ان النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $1+i\sqrt{3}$ و $1-i\sqrt{3}$ على التوالي تنتميان إلى نفس الدائرة ذات المركز O و التي يطلب تعيين نصف قطرها.
- (5) أنشئ هذه الدائرة ثم النقطتين A و B .
- (6) نسمي O' صورة النقطة O بواسطة الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{-\pi}{2}$ و B' صورة النقطة B بواسطة الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{+\pi}{2}$ أحسب لاحقتي النقطتين O' و B' ثم أنشئهما.
- (7) ليكن I منتصف القطعة المستقيمة $[OB]$. ماذا يمكن تخمينه من أجل المستقيم (AI) في المثلث $AO'B'$ ؟
- (8) أحسب لاحقة الشعاع \vec{AI} و بين أن لاحقة الشعاع $\vec{O'B'}$ تساوي $3\sqrt{3}-i$ هل التخمين السابق كان صحيحا؟

التمرين الثاني: (4ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط : $A(3;0;10)$ $B(0;0;15)$ $C(0;20;0)$
- (1) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .
 - (2) بين أن المستقيم (AB) يقطع حامل محور الفواصل في النقطة $E(9;0;0)$.
 - (3) تحقق أن النقط A و B و C ليست في استقامية.
 - (4) ليكن $[OH]$ العمود المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث OBC بين أن المستقيم (BC) عمودي على المستوي (OEH) واستنتج معادلة ديكرتية للمستوي (OEH) .
 - تحقق أن المعادلة الديكرتية للمستوي (ABC) هي : $20x + 9y + 12z - 180 = 0$.
 - (5) بين أن الجملة :
$$\begin{cases} x=0 \\ 4y-3z=0 \\ 20x+9y+12z-180=0 \end{cases}$$
 لها حل وحيد. ماذا يمثل هذا الحل؟
 - (6) أحسب المسافة OH و تحقق أن $EH=15$ ثم أحسب مساحة المثلث EBC .

التمرين الثالث: (4ن)

زعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{2u_n + 1}$.

- (1) أحسب الحدود : u_1 ، u_2 و u_3 .
- (2) مثل بيانيا الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) . ماذا تخمن عن تقارب المتتالية (u_n) ؟
- (3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n ب : $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 2}$. أحسب الحدود v_0 و v_1 و v_3 ثم بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب كتابة عبارة حدها العام بدلالة n .
- (4) أدرس تقارب المتتالية (u_n) . هل التخمين كان صحيحا؟

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(0) = 1$ و $f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2\ln x) + 1$ من أجل x من المجال $[0; +\infty[$. نسمي C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ وحدة الطول هي 2cm

- (1) أدرس استمرارية الدالة f عند $x_0 = 0$ و قابلية اشتقاق الدالة f على يمين $x_0 = 0$.
- (2) أدرس تغيرات الدالة f و أنجز جدول تغيراتها.
- (3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $4.5 < \alpha < 5$.
- (4) أكتب معادلة المماس (D) للمنحني C_f عند النقطة التي فاصلتها $x_0 = 1$.
- (5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ ب : $g(x) = f(x) - 2x - \frac{1}{2}$. أدرس تغيرات الدالة g' و استنتج إشارتها على المجال $[0; +\infty[$.
- (6) أدرس تغيرات الدالة g و استنتج الوضع النسبي بين (D) و C_f .
- (7) أنشئ (D) و C_f .
- (8) أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني C_f والمستقيمت $y = 1$ و $x = 2$ و $x = 3$.

انتهى الموضوع الثاني

نتمنى لكم التوفيق.