

اختر موضوعا واحدا فقط

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4ن)

في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B ذات

اللاحقتين: $Z_A = i$ و $Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

نسمي C صورة النقطة B بواسطة الدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{2\pi}{3}$

(1) أكتب العبارة المركبة للدوران r

(2) بين أن لاحقة النقطة C هي $Z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$

(3) أكتب العددين Z_B و Z_C على الشكل الجبري ثم أنشئ النقط A, B, C

(4) تحقق أن لاحقة النقطة D مرجح النقط C, B, A المرفقة بالمعاملات $2, -1, 2$ على التوالي هي

$$Z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

(5) لتكن E النقطة ذات اللاحقة $Z_E = \sqrt{3}$ أحسب العدد $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$ واكتبه على الشكل المثلثي و استنتج طبيعة

المثلث CDE

التمرين الثاني: (7ن)

(1) لتكن h الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $h(x) = e^x - x + 2$

أدرس تغيرات الدالة h . بين أن من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $h(x) \geq 3$

(2) لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = e^{-x}(x-1) + x + 1$ نسمي C_f تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(أ) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}h(x)$

(ب) أدرس تغيرات الدالة f

(ج) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على \mathbb{R}

(3) بين أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى C_f في جوار $+\infty$ و ادرس الوضع النسبي بين C_f و Δ .

(4) ثبت أن المنحنى C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها

(5) أنشئ C_f و مستقيمه المقارب Δ

(6) ليكن (D_m) مستقيما معادلته $y = x + m$ حيث m وسيط حقيقي

(أ) عين m حتى يكون (D_m) مماسا للمنحنى C_f في نقطة يطلب تعيين إحداثيها

(ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x) = x + m$

التمرين الثالث: (4ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقط $A(1;1;0)$ و $B(1;2;1)$ و $C(3;-1;2)$
- (1) بين أن النقط A, B, C تشكل مستويا
 - (2) تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $2x + y - z - 3 = 0$
 - (3) ليكن (P) المستوي ذي المعادلة الديكارتية : $x + 2y - z - 4 = 0$ وليكن (Q) المستوي ذي المعادلة الديكارتية : $2x + 3y - 2z - 5 = 0$ بين أن المستويين (P) و (Q) يتقاطعان وفق مستقيم (D) يطلب إعطاء معادلاته الوسيطة.
 - (4) أدرس تقاطع المستويات الثلاث (ABC) و (P) و (Q) .
 - (5) أحسب المسافة بين النقطة A و المستقيم (D)

التمرين الرابع: (5ن)

(u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{2} \end{cases}$$

- (1) أحسب الحدود u_1, u_2 و u_3
- (2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم عين قيمة العدد α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية.
- (3) نضع الآن من أجل كل عدد طبيعي n $v_n = u_n + 1$ بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0
- (4) أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n
- (5) أحسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$
- (6) نضع $\Pi_n = v_0^2 + v_1^2 + \dots + v_n^2$ أحسب نهاية Π_n لما يؤول n إلى $+\infty$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4ن)

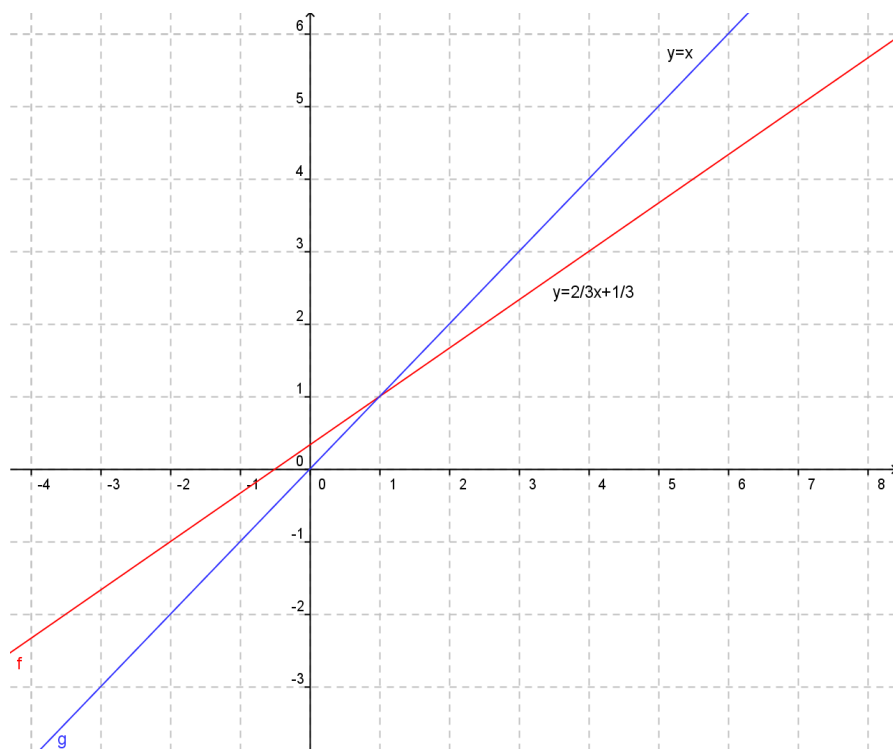
- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $(z-2i)(z^2-2z+2)=0$ واكتب الحلول على الشكل الأسّي.
 2) نزود المستوي المركب بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B ذات
 اللاحقتين : $Z_A=1+i$ و $Z_B=2i$ و لكل عدد مركب Z يختلف عن $Z_A=1+i$ نرفق العدد المركب
 L
 حيث : $L = \frac{z-2i}{z-1-i}$

- أ) أكتب العدد L على الشكل الجبري
 ب) عين (E) مجموعة النقط من المستوي ذات اللواحق z التي من أجلها يكون العدد L تخيليا صرفا و
 تحقق أن النقطة B نقطة من (E)
 3) نعتبر التحويل النقطي S المعرف بعبارته المركبة $z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}}z$
 أ) ما طبيعة التحويل S و اذكر عناصره الأساسية
 ب) أكتب معادلة ديكارتية للمجموعة (E') صورة المجموعة (E) بالتحويل S

التمرين الثاني: (5ن)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط : $A(1; 2; -1)$ $B(-3; -2; 3)$ $C(0; -2; -3)$
 1) تحقق أن النقط A, B, C ليست في استقامية
 2) بين أن الشعاع $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ناظمي على المستوي (ABC)
 3) ليكن (P) المستوي ذي المعادلة الديكارتية : $x+y-z+2=0$ بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان
 4) ليكن G مرجح الجملة المثقلة $S = \{(A, 1); (B, -1); (C, 2)\}$ أوجد إحداثيات النقطة G
 5) أكتب المعادلات الوسيطة للمستقيم (CG) ثم عين إحداثيات النقطة H تقاطع المستقيم (CG) مع المستوي (P)
 6) بين أن مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\|\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}\| = 12$ هي سطح كرة (S) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

التمرين الثالث: (4ن)



في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ مثلثا المستقيمين

$$(D): y=x \quad \text{و} \quad (D'): y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$$

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب :

$$u_0=8 \quad \text{و} \quad u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3} \quad \text{من أجل كل}$$

عدد طبيعي n

(1) أنقل الرسم ثم أنشئ على محور الفواصل

الحدود u_0, u_1, u_2, u_3

(2) برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد

طبيعي n لدينا: $u_n \geq 1$

(3) بين أن المتتالية (u_n) متتالية متناقصة

تماما على \mathbb{N}

(4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N}

$$v_n = u_n - 1$$

(أ) بين أن (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم كتابة عبارة حدها العام بدلالة n

(ب) استنتج عبارة الحد العام u_n بدلالة n ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة

(ج) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ ثم استنتج المجموع $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الرابع: (7ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $S =]0; 2[$ ب : $f(x) = 1 + \ln[x(2-x)]$ نسمي C_f تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أدرس تغيرات الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها

(2) أثبت أن المستقيم Δ ذي المعادلة : $x=1$ هو محور تناظر للمنحني C_f

(3) عين فواصل نقط تقاطع المنحني C_f مع حامل محور الفواصل (تقرب النتائج إلى 10^{-2} بالنقصان)

(4) أنشئ C_f

(5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $-x^2 = e^{m-1} - 2x$

(6) تحقق أن الدالة h المعرفة ب: $h(x) = (x-2)\ln(2-x) - x$ هي دالة أصلية للدالة g المعرفة ب

$$g(x) = \ln(2-x) \quad \text{على المجال }]0; 2[$$

(7) أحسب التكامل المحدود $\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} (f(x)-1) dx$ (تقرب النتيجة إلى 10^{-2} بالنقصان)

انتهى الموضوع الثاني