التمرين الأول:

ليكن العددان المركبان $z=3+i\sqrt{3}$ و $z'=1+2\mathrm{i}$ أحسب الأعداد: $z_1=z-\bar{z'}$, $z_2=z\bar{z'}$, $z_3=z^2$, $z_4=\frac{z}{z'}$

التمرين الثاني:

حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلات الآتية: **1)** $5z+2\mathrm{i}=(1+i)z+3$ **2)** $\frac{z-i}{z+1}=4\mathrm{i}$ **3)** $2z+i\bar{z}=3$ **4)** $z^2+z\bar{z}=0$

5) $-2z^2+6z-5=0$ **6)** $(z^2+2)(z^2-4z+4)=0$ **7)** $\begin{cases}3z_1+z_2=1-7\mathrm{i}\\ iz_1+2z_2=11\mathrm{i}\end{cases}$

التمرين الثالث:

ليكن العدد المركب $z=x+iy$ نعتبر العدد المركب $L=\frac{z-i}{z+1}$ نسمي M صورة العدد L في المستوي المركب

1)أكتب L على الشكل الجبري
2)عين مجموعة النقط M من المستوي المركب بحيث يكون العدد L حقيقيا
3)عين مجموعة النقط M من المستوي المركب بحيث يكون العدد L تخيليا صرفا

التمرين الرابع:

نعتبر كثيرالحدود $P(z)=z^3+9\mathrm{i}z^2+(12\mathrm{i}-22)z-3(4\mathrm{i}+12)$
1)بين أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا حقيقيا z_0
2)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$ نسمي الحلين الآخرين z_1 و z_2
3)لتكن النقط A,B,C صورالأعداد z_0 z_1 z_2 على التوالي بين أنها على استقامة واحدة

التمرين الخامس:

أكتب الأعداد الآتية على الشكل الأسي: $z_1=\sqrt{6}-i\sqrt{2}$, $z_2=\frac{-1}{2}-\frac{1}{2}i$, $z_3=\frac{-1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ $z_4=z_1z_2$, $z_5=\frac{z_1}{z_3}$,

$z_6=(z_2)^{10}$

التمرين السادس:

z عدد مركب صورته في المستوي المركب النقطة M
1)عين مجموعة النقط M بحيث: $|z-3|=|z-3\mathrm{i}|$
2)عين مجموعة النقط M بحيث: $|\bar{z}-4+i|=1$

التمرين السابع:

نعتبركثيرالحدود $P(z)=z^4-6z^3+24z^2-18z+63$
1)أحسب $P(i\sqrt{3})$ و $P(-i\sqrt{3})$
2)عين كثيرالحدود $Q(z)$ حيث: $P(z)=(z^2+3)Q(z)$
3)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$
4)أنشئ في المستوي المركب صور الأعداد المركبة: $z_A=i\sqrt{3}$, $z_B=-i\sqrt{3}$, $z_C=3+2\mathrm{i}\sqrt{3}$, $z_D=\bar{z_C}$
5)نسمي E نظير النقطة D بالنسبة ل O. بين أن: $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و استنتج طبيعة المثلث BEC

التمرين الثامن:

1)أوجد الجذور التربيعية للعدد $3+4\mathrm{i}$
2)أوجد الجذور التكعيبية للعدد i

التمرين التاسع:

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A,B,C التي لواحقها على الترتيب $z_A=-i$, $z_B=2+3\mathrm{i}$, $z_C=-4+i$.

1)أكتب على الشكل الجبري العدد: $L=\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$
2)عين طويلة العدد المركب L و عمدة له ثم استنتج طبيعة المثلث ABC
3)نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$z'=iz-1-i$

----عين طبيعة التحويل T محددا عناصره الأساسية

----ما هي صورة النقطة B بالتحويل T ؟

4)لتكن D النقطة ذات اللاحقة $z_D=-6+2i$

---بين أن النقط A,D,C في استقامية

---عين نسبة التحاكي h الذي و مركزه A و يحول C إلى D

---عين العناصرالمميزة للتشابه S الذي مركزه A و يحول B إلى D (دورة 2011 الجزائر)

التمرين العاشر:

نعتبرفي المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A,B,C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3-2i$, $z_B=3+2i$, $z_C=4i$.

1)علم النقط A,B,C

2)ما هي طبيعة الرباعي $OABC$ علل إجابتك.

3)عين لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$

4)عين ثم أنشئ مجموعة النقط (E) من المستوي التي تحقق: $\|\vec{MO}+\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}\|=12$

5)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z^2-6z+13=0$ نسمي z_0,z_1 حلي هذه المعادلة .

6)لتكن M نقطة من المستوي لاحقتها العدد المركب z عين مجموعة النقط M التي تحقق: $|z-z_0|=|z-z_1|$ (دورة 2011 الجزائر)

التمرين الحادي عشر:

1)في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين: $Z_A=-\sqrt{3}+i$ و $Z_B=-1+i\sqrt{3}$.

أكتب Z_A و Z_B على الشكل المثلثي.

2)أحسب الطويلة و عمدة للعدد المركب $\frac{Z_A}{Z_B}$.

-استنتج طبيعة المثلث ABO و قيسا للزاوية $(\vec{OA},\vec{OB})$.

3)أوجد لاحقة النقطة C حتى يكون $ACBO$ معينا. أحسب مساحة المثلث ABC .

4)ليكن f التحويل النقطي المعرف بعبارته المركبة : $z'=e^{-i\frac{\pi}{6}}z$.

4-1) عرف التحويل f و اذكر عناصره الأساسية.

4-2) أكتب على الشكل الأسي لاحقتي النقطتين A',B' صورتي النقطتين A,B على التوالي بالتحويل f . ما هي مساحة المثلث $A'B'C'$ حيث C' هي صورة C بالتحويل f ؟.

التمرين الثاني عشر:

1)حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+4=0$ نسمي z' و z'' حلي هذه المعادلة حيث z' هو الحل الذي جزؤه التخيلي سالب.

2)أكتب الحلين على الشكل الأسي.

3)أحسب العدد $(z')^{2011}$ و اكتبه على الشكل الجبري.

4)نزود المستوي المركب بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

بين ان النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $1+i\sqrt{3}$ و $1-i\sqrt{3}$ على التوالي تنتميان إلى نفس الدائرة ذات المركز O و التي يطلب تعيين نصف قطرها.

5)أنشئ هذه الدائرة ثم النقطتين A و B .

6)نسمي O' صورة النقطة O بواسطة الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{-\pi}{2}$ و B' صورة النقطة B بواسطة الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{+\pi}{2}$ أحسب لاحقتي النقطتين O' و B' ثم أنشئهما.

7)ليكن I منتصف القطعة المستقيمة $[OB]$.ماذا يمكن تخمينه من أجل المستقيم (AI) في المثلث $AO'B'$ ؟

8)أحسب لاحقة الشعاع $\vec{AI}$ و بين أن لاحقة الشعاع $\vec{O'B'}$ تساوي $3\sqrt{3}-i$ هل التخمين السابق كان صحيحا؟

التمرين الثالث عشر:

1)نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $z=\frac{3i(z+2i)}{z-2+3i}$ مع $z\neq 2-3i$

-حل في $\mathbb{C}$ هذه المعادلة.

2)ينسب المستوي المركب إلى المعلم $(O,\vec{u},\vec{v})$. A و B نقطتان لاحقتاهما على التوالي Z_A و Z_B حيث: $Z_A=1+i\sqrt{5}$ و $Z_B=1-i\sqrt{5}$.تحقق أن A و B تنتميان إلى دائرة مركزها o يطلب تعيين نصف قطرها

3)نرفق بكل نقطة من المستوي M لاحقتها z حيث $z\neq 2-3\mathrm{i}$ النقطة M' لاحقتها z' حيث: $z'=\dfrac{3\mathrm{i}(z+2\mathrm{i})}{z-2+3\mathrm{i}}$

النقط E,D,C لواحقها على الترتيب: $z_E=3\mathrm{i}, z_D=2-3\mathrm{i}, z_C=-2\mathrm{i}$ و (Δ) محور القطعة $[CD]$

إ-عبر عن المسافة OM' بدلالة المسافتين CM و DM .

ب-استنتج أنه من إجل كل نقطة M من (Δ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة (γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.تحقق أن E تنتمي إلى (γ) .

دورة الجزائر 2012

التمرين الرابع عشر:

1)نعتبركثيرالحدود $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

أ)تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$

ب) جد العددين الحقيقيين α و β بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

ج)حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$

2))ينسب المستوي المركب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. A,B,C نقط لواحقها على التوالي Z_A , Z_B و Z_C حيث: $Z_A=6$, $Z_B=3+i\sqrt{3}$ و $Z_C=3-i\sqrt{3}$

أ)أكتب كلا من Z_A , Z_B و Z_C على الشكل الأسي.

ب)أكتب العدد المركب $\dfrac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ على الشكل الأسي

ج)استنتج طبيعة المثلث ABC

3)ليكن S التشابه المباشر الذيمركزه C و نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$

أ)جد الكتابة المركبة للتشابه S

ب)عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة النقطة A بالتحويل S

ج)بين أن النقط A',B,A في استقامية.

انتهى

موقع الأستاذ الشامي:http://mathsefra.asrun.eu